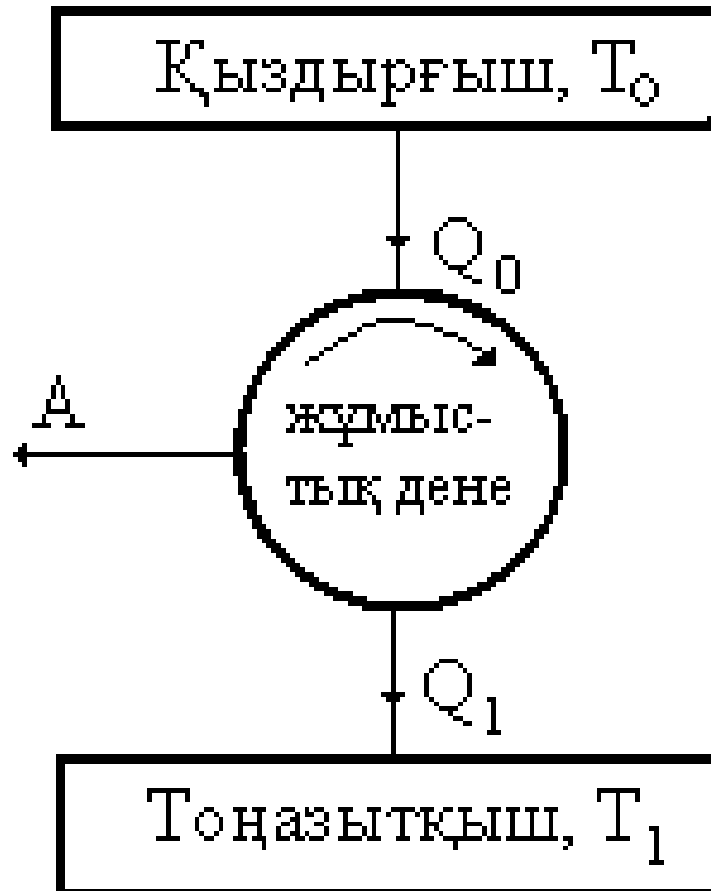


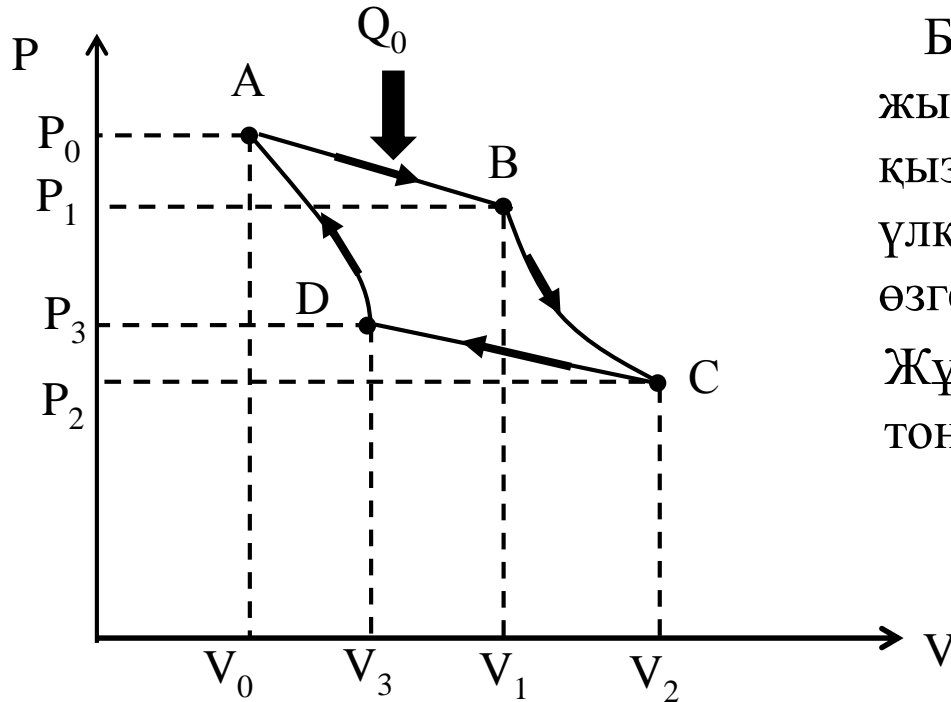
# КАРНО ЦИКЛІ. КАРНО ЦИКЛІНІҢ ПАЙДАЛЫ ӘСЕР КОЭФФИЦИЕНТІ

Денеден алынған жылуды жұмысқа айналдыратын дөңгелек процесті қарастырайық. Мұндай процесті жүзеге асыру үшін үш дене қажет:



**А-нүктесі.** Бұл кезде жылуөткізу процесі жүрмейді. Себебі температуралар айырымы жоқ.

Айталық, жұмыс денесі қыздырғышпен контактісін үзбей, тұрақты температурада ұлғайсын (АВ қисығы)

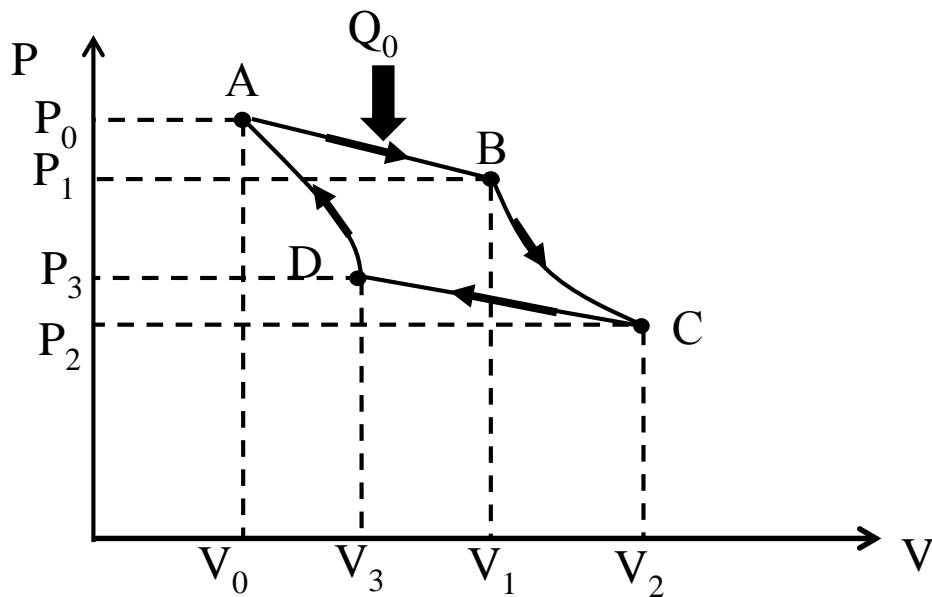


Бұл кезде қыздырғыштан алынған жылу есебінен жұмыс істелінеді, бірақ қыздырғыштың жылусыйымдылығы үлкен болғандықтан температурасы өзгермейді.

Жұмыстық дене алған жылуды тоңазытқышқа беруі керек.

Изотермдік ұлғайған жұмыстық дененің температурасы тоңазытқыштың температурасынан жоғары

$$T_0 > T_1$$



A  B

Істелінген жұмыс

$$A_1 = RT_0 \ln \frac{V_1}{V_0} = Q_0 \quad (1)$$

Идеал газдың қыздырғыштан алған жылу мөлшері

Циклдің екінші кезеңінде ұлғаюы адиабатты өтеді, бұл кезде газ суыйды. Газдың температурасы тоңазытқыштыкіне жеткенде адиабаттық ұлғайтуды тоқтатады. Адиабаттық ұлғаюындағы газдың көлемі:

$$T_0 V_1^{\gamma-1} = T_1 V_2^{\gamma-1} \quad (2)$$

$$\left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_0}{T_1} \quad (3)$$

**С нүктесі.** Адиабаттың бойымен қысым  $P_2$ -дейін өзгереді. Істелген жұмыс:

$$A_2 = \frac{RT}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \frac{R(T_0 - T_1)}{\gamma - 1} \quad (4)$$

Циклдік процестің үшінші кезеңінде газ сыртқы күштердің әсерінен тоңазытқыштың температурасында изотермдік  $V_2$  көлемнен  $V_3$  дейін сығылады. Істелген жұмыс:

$$A_3 = RT_1 \ln \frac{V_3}{V_2} = -RT_2 \ln \frac{V_2}{V_3} = Q_1 \quad (5)$$

Үшінші кезеңде газ  $V_3$  көлемге дейін сығылған, онда мына шарт орындалады:

$$\left( \frac{V_3}{V_0} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_0}{T_1} \quad (6)$$

Себебі  $T_1 V_3^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}$

Циклдің соңғы адиабаттық сығылу кезеңіндегі істелген жұмысы

$$A_4 = \frac{R(T_1 - T_0)}{\gamma - 1} = -\frac{R(T_0 - T_1)}{\gamma - 1} \quad (7)$$

Сонымен газ өзінің алғашқы күйіне оралады, Карно циклі аяқталады, енді процесс қайталуына дайын.

Циклдің нәтижесі қандай? Жылуды механикалық жұмысқа айналдыру мақсаты орындалды ма?

Ақырында газдың өзі істеген және үстінен істелген жұмыстары мынаған тең:

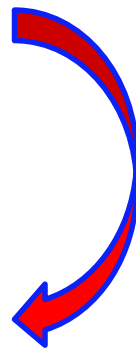
$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

Осы теңдеуді (1), (4), (5) және (7) өрнектердегі мәндерін қойып, түрлендіреміз:

$$\begin{aligned} A &= RT_0 \ln \frac{V_1}{V_0} + \frac{R(T_0 - T_1)}{\gamma - 1} - RT_2 \ln \frac{V_2}{V_3} - \frac{R(T_0 - T_1)}{\gamma - 1} = \\ &= RT_0 \ln \frac{V_1}{V_0} - RT_2 \ln \frac{V_2}{V_3} \end{aligned}$$

(3) және (6)-шы теңдеулерден

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_0} \quad \text{немесе} \quad \frac{V_1}{V_0} = \frac{V_2}{V_3}$$



$$\ln \frac{V_1}{V_0} = \ln \frac{V_2}{V_3} = \ln r \quad (8)$$

Мұндағы  $V_1 > V_0$  және  $V_2 > V_3$  демек  $\ln r > 0$

Сондықтан, цикл бойынша істелетін жұмыс

$$A = R(T_0 - T_1) \ln r \quad (9)$$

$T_0 > T_1$  демек  $A > 0$

Газдың ұлғаюындағы істеген жұмысы, оның сығылуына жұмсалған сыртқы күштердің жұмысынан үлкен (артық). Қыздырғыштан алған жылудың есебінен жұмыстық дене (идеал газ) тиімді жұмыс істеді. Бірақ бұл жұмыс қыздырғыштан алған жылу мөлшеріне тең болмайды.

$$Q_0 = RT_0 \ln \frac{V_1}{V_0} \quad \text{Идеал газдың қыздырғыштан алған жылу мөлшері}$$

$$Q_1 = RT_1 \ln \frac{V_3}{V_2}$$

Пайдалы жұмысқа жылудың тек бір бөлігі ғана түрлендіріледі:

$$Q_0 - Q_1 = R(T_0 - T_1) \ln r = A \quad (10)$$



## КАРНО ЦИКЛЫНДАҒЫ ПАЙДАЛЫ ӘСЕР КОЭФФИЦИЕНТІ

Карноның циклдік процесінің келтірілген талдауынан ол арқылы қыздырғыштан алынған жылуды механикалық энергияға толықтай түрлендіруге болмайтындығы шығады.

Ол жылудың бір бөлігі міндетті түрде тоңазытқышқа – қыздырғышқа қарағанда температурасы әлдеқайда төмен денеге берілуі керек.

Егер қыздырғыштан жұмысшы денеге берілген жылудың мөлшері  $Q_0$  тең болса, ал осы жылудың бір бөлігі  $Q_0 - Q_1$  жұмысқа түрленген болса, онда

$$\eta = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0}$$

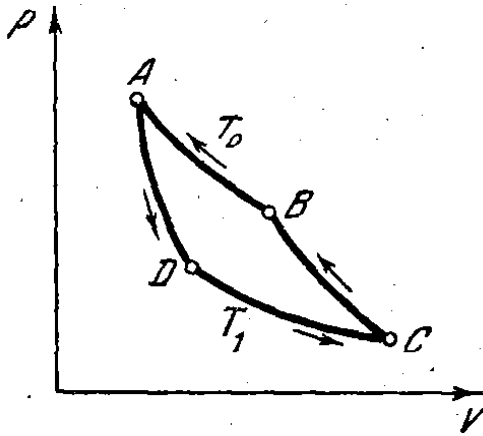
қыздырғыштан жұмысшы денеге берілген  
жылудың мөлшері

Карно циклінің пайдалы әсер коэффициенті  $\eta$  келесі теңдікпен анықталады:

$$\eta = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_0} = 1 - \frac{Q_1}{Q_0} = 1 - \frac{T_1}{T_0}.$$

*Қыздырғыш пен тоңазытқыштың берілген мәндері кезінде жұмыс істейтін жылу машинасы қыздырғыш пен тоңазытқыштың дәл сондай температуралары кезінде Карноның кері циклы бойынша жұмыс істейтін машинаға қарағанда жоғары п.ә.к. ие болуы мүмкін емес. (Бұл тұжырымдаманы кейде Карноның бірінші теоремасы деп атайды).*

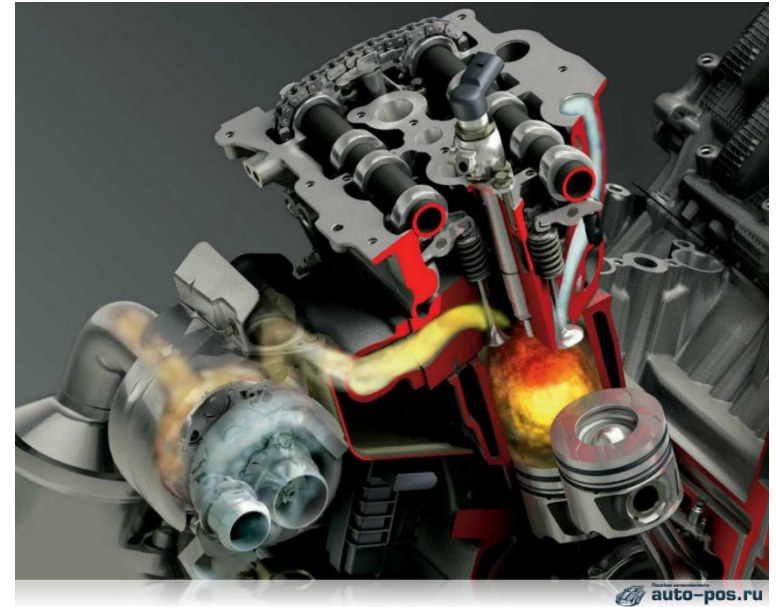
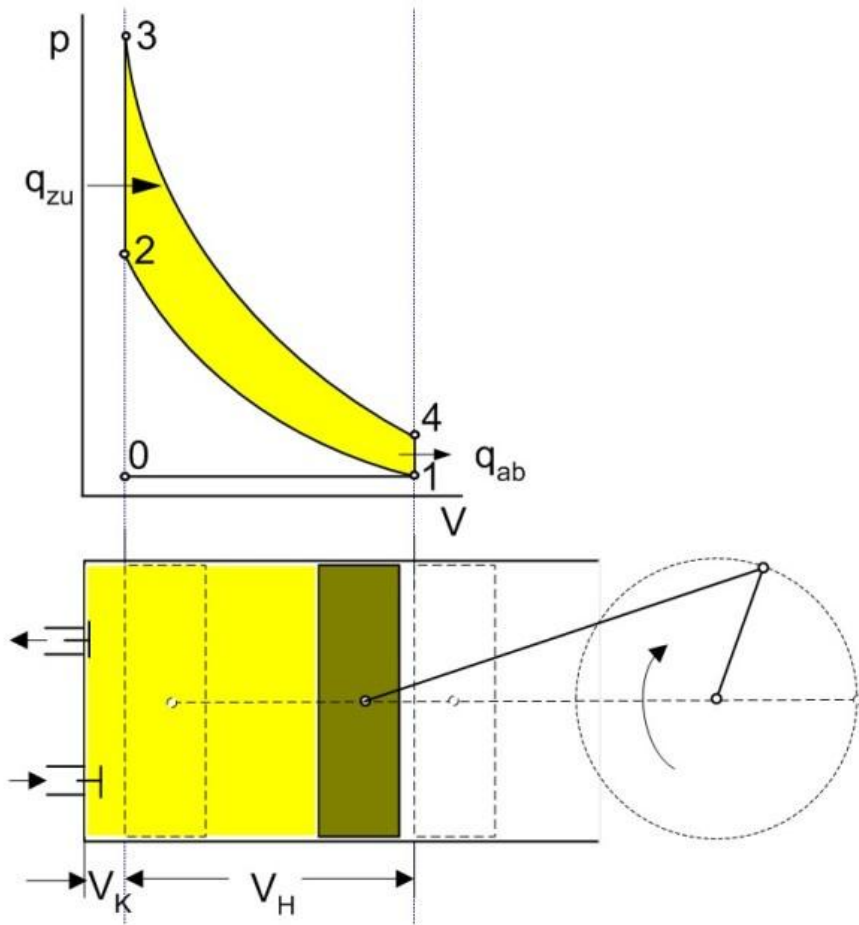
## ТОҢАЗЫТҚЫШ МАШИНА



Қайтымды процесс, біз осыған дейін көргеніміздей, егер оны кері бағытта жүргізсек, процеске қатысатын дене тура сол күйлерден, алайда кері кезекте өтетіндігімен сипатталады. Карно циклына қатысты бұл жылу қыздырғыштан тоңазытқышқа емес, керісінше - тоңазытқыштан қыздырғышқа берілетіндігін білдіреді.

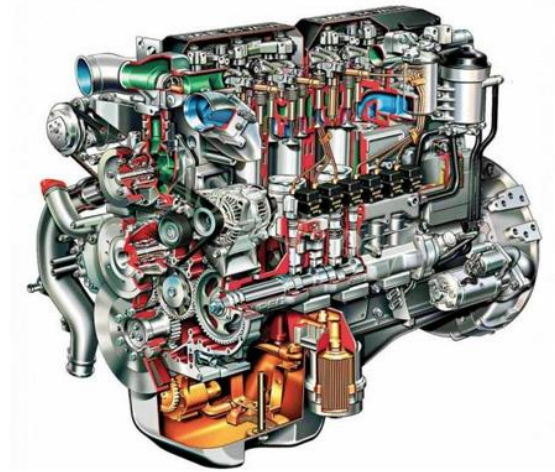
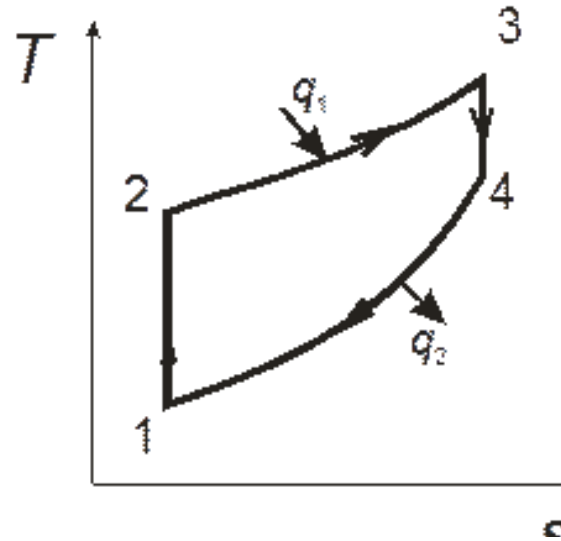
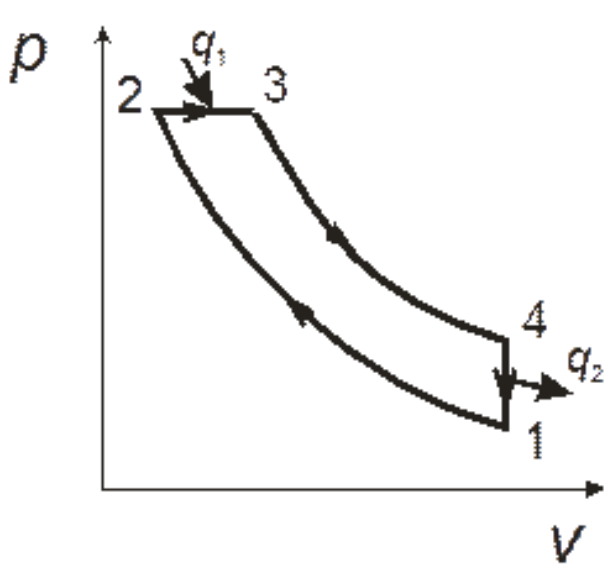
Егер Карноның тура циклы бойынша жұмыс істейтін қондырғы жылуды механикалық жұмысқа айналдыру үшін қызмет етсе, яғни *жылу қозғалтқышы* болып табылса, онда Карноның кері циклы бойынша жұмыс істейтін машина азырақ қыздырылған денеден көбірек қыздырылған денеге жылу тасымалы үшін қолданылады, яғни *тоңазытқыш машина* болып табылады. Оның көмегімен сыртқы механикалық жұмыстың есебінен жылу анағұрлым суық денеден алынып, температурасы анағұрлым жоғары денеге беріледі.

# ОТТО ЦИКЛІ



$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

# ДИЗЕЛЬ ЦИКЛІ

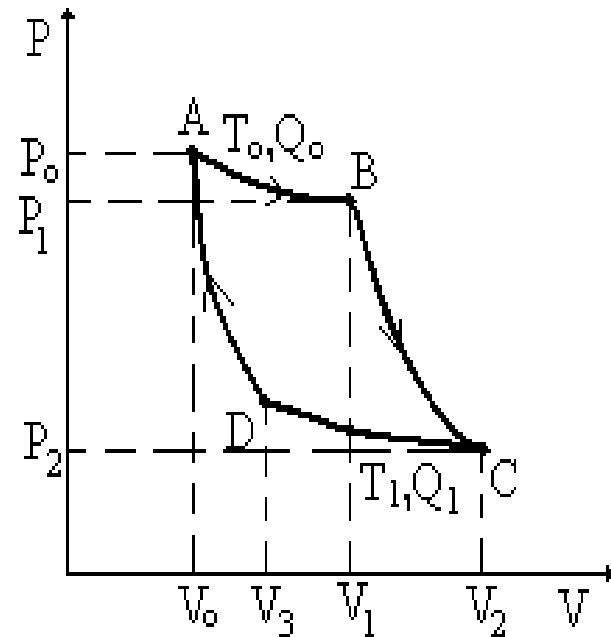


$$\eta = 1 - \frac{C_V(T_4 - T_1)}{C_P(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$



## Энтропия. Энтропия күй функциясы

Циклдік Карно процесіндегі жұмыстық дененің күйінің өзгерісін қарастырайық.  $P_0$  қысым және  $T_0$  температурамен сипатталатын жұмыстық денені алғашқы  $A$  күйінен алдымен изотермдік, содан кейін адиабаттық ұлғайтып,  $C$  күйге өтсін. Осы  $C$  күйде оның температурасы тоңазытқыштыкімен теңелді. Жұмыстық дененің  $C$  күйден кері  $A$  күйге оралуы, бірінің соңынан бірі өткізілген екі изотермдік және адиабаттық сығылу арқылы жүзеге асырылды. Алғашқы күйіне қайту кезінде жұмыстық дененің шығарған жылуы  $Q_1$  қыздырғыштан алған  $Q_0$ -дан кіші, демек  $Q_1 < Q_0$ . Сондықтан дененің  $A$  күйден  $C$  күйге тура өтуіндегі жұтылған, оның  $C$  күйден  $A$ -ға қайтуындағы шығарған жылу мөлшерлері тең болмайды.



Бұл екі процестің әр түрлі жолдармен өтуіне байланысты: бірінші кезеңдегі ( $A$ -дан  $C$ -ға) ұлғаю процесі екінші кезеңдегі сығылу процесінің ( $C$ -дан  $A$ -ға) қысымынан жоғары жағдайда өтеді.

Осыдан өте маңызды қорытынды шығады.

Бір күйден екінші күйге өту кезінде денеге берілген немесе одан алынған жылу мөлшері олардың бастапқы және соңғы күйлеріне емес, сол өту жолдарының тәсілдеріне байланысты болады. Басқаша айтқанда,  $Q$  жылу мөлшері ішкі энергия немесе еркін энергия сияқты дененің күйінің функциясы болмайды. Бұл теродинамиканың бірінші бастамасынан белгілі. Онда  $dQ = dU + dA$ , себебі дененің  $dA$  жұмысы қандай жолмен атқарғанына байланысты, ал  $dU$  ішкі энергиясы оның күйі қалай өзгертініне тәуелсіз болады.

Бұл айтылғаннан  $T_0$  температурада жұмыстық денеге берілген  $Q_0$  жылу мөлшері, оның  $T_1$  температурада тоңазытқышқа берген  $Q_1$  жылуына тең болмаса да, осы жылулардың жұтылу немесе берілу температураларына қатысы сан жағынан бір-біріне тең, бірақ таңбалары әр түрлі, яғни:

$$\left| \frac{Q_0}{T_0} \right| = \left| \frac{Q_1}{T_1} \right|. \quad (1)$$

Мұндағы  $\frac{Q}{T}$  – қатынасын *келтірілген жылу* деп атайды. Онда дөңгелек процесте жұмыстық дененің қабылдаған және одан берілген келтірілген жылулары тең болады ((1) формула).

Бұл жылудың ерекшелігі физикада өте маңызды іргелі – энтропия деген шаманы анықтауға мүмкіндік береді.

Егер жүйе күйінің өзгеру нәтижесінде  $A$  күйден  $B$  күйге қайтымды жолмен өтетін болса

$$\int_A^B \frac{dQ}{T}$$

$A$ -дан  $B$ -ға өту жолына тәуелді болмайды.



Дөңгелек процестің бастапқы және соңғы күйлері бірдей, сондықтан бұл интеграл нолге тең болады

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Кез келген дөңгелек процесте осы

$$\oint \frac{dQ}{T}$$

интеграл оң таңбалы шама болмайды.

# Термодинамиканың екінші бастамасы. Клаузиус теңсіздігі

Энтропияның өзгерісі теңдеудің қолданып термодинамиканың бірінші бастамасы

$$TdS = dU + dA \quad (1)$$

Осы теңдеуді *термодинамикалық теңбе-теңдік* деп атайды.  
Бұл теңдеуді *қайтымды процестер* үшін термодинамиканың *екінші бастамасы* деп те жиі айтады

Қайтымды процестер өтетін жүйенің *энтропия* деген күй функциясымен сипатталуын да *термодинамиканың екінші бастамасы* деп айтады.

Егер жүйе өтетін дөңгелек процесс *қайтымсыз* болса, онда

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

*Клаузиус теңсіздігі*

Қайтымсыз Карно циклі үшін келтірілген жылулар қосындысы былай жазылады:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0 \quad (2)$$

Кез келген жүйеге қатысты осы Карно циклі бойынша процестерді талдау нәтижесінің қорытындысы (2) теңсіздік болады.

# Термодинамиканың дифференциалдық теңдеулері

Осы (1)-ші өрнекті тепе-теңдік процесс үшін былай жазамыз:

$$dU = TdS - pdV \quad (3)$$

(3)-дың оң жағындағы дифференциалдардың алдындағы шамаларды *жалпыланған күштер*, ал дифференциал белгісі астындағы шамаларды – *жалпыланған координаттар* деп айтады.

$T, S, P, V$ 

шамалардың кез келген екеуін тәуелсіз айнымалылар деп, қалғанын солар арқылы табуға болады.

Егер екі  $x$  және  $y$  тәуелсіз айнымалылар болса, демек  $U(x, y)$  онда оның толық дифференциалы былай анықталады:

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_y dx + \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_x dy$$

және

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial x}$$

(3)-ті екі рет дифференциалдайық, онда келесі қатынас шығады:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_y$$

(4)

(4)-ші теңдеуге  $x$ ,  $y$  орнына  $x = V$   $y = T$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial V}\right)_T$$

$V$  және  $T$  тәуелсіз айнымалы шамалар (5)

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_T = 0$$

Сондықтан

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \quad (6)$$



Энтропияның  $S(V, T)$  толық дифференциалы

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV \quad (7)$$

Осы соңғы теңдеуден энтропияның толық өзгеруі, оның температура және көлем бойынша өсуінің қосындысына тең болады. (6)-шыны ескеріп, (7)-ші өрнекті былай жазамыз:

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV \quad (8)$$

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV$$

$dV = 0$

Энтропияның өзгерісі анықтамасы бойынша, онда

$$(dS)_V = \frac{(dQ)_V}{T}$$

$$(dQ)_V = C_V dT$$

$$\left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT = \frac{C_V}{T} dT$$

(8) өрнектен

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV \quad (9)$$

Осы теңдеудегі  $p$ ,  $V$ ,  $T$  және  $C_V$  шамаларды тәжірибеден анықтап, энтропияның  $dS$  өзгерісін анықтауға болады.

Егер тәуелсіз айнымалы шамалар ретінде  $p$  және  $T$  алсақ



$$\left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T - \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T - \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_T = 0$$

Себебі  $p$  және  $T$  тәуелсіз айнымалы шамалар

Яғни



$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (10)$$

$dS$  энтропияның өзгерісі  $dT$  және  $dp$

арқылы былай табылады:

$$dS = \frac{C_P}{T} dT - \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right) dp \quad (11)$$

(9) және (11)-ні интегралдап, заттың белгілі массасының, мысалы бір мольдің  $S(V, T)$  немесе  $S(p, T)$  энтропиясын  $V$  және  $T$  немесе  $T$  және  $P$  шамалардың белгілі мәндері үшін анықтауға болады.

$$S(V, T) - S(V_0, T_0) = \int_{T_0, V_0}^{T, V} \frac{C_V dT}{T} + \int_{T_0, V_0}^{T, V} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V dV..$$

$$S(P, T) - S(P_0, T_0) = \int_{T_0, P_0}^{T, P} \frac{C_P dT}{T} + \int_{P_0, V_0}^{P, V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dV$$

Идеал газдың бір молі үшін

$$\int_{T_0}^T C_V \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T}{T_0}$$

$$\int_{V_0}^V \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_V dV = \int_{V_0}^V R \frac{dV}{V} = R \ln \frac{V}{V_0}$$

Себебі

$$\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{T}$$

Энтропияның өзгерісі мынаған тең:

$$\Delta S = S(V, T) - S(V_0, T_0) = C_V \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0}$$

(12)

Егер идеал газ изотермдік ұлғайса, демек  $T=T_0$ , онда энтропияның өзгерісі былай анықталады:

$$\Delta S = R \ln \frac{V}{V_0}$$

(13)